種々の井戸および帯水層モデルの紹介

標記タイトルで説明するにあたっては，既往の開発済みのモデルを羅列・列挙しても良く分からない。まず，これらのモデルを構成する条件設定から考えみる。

1. 帯水層条件（地下水理）
   a0：定常，a1：非定常
   b0：被圧，b1：不圧（遅れ排水なし），b2：不圧（遅れ排水あり）
   c0：無限遠方境界，c1：有限遠方定水位境界，c3：有限遠方不透水
   d0：漏水など補給なし，
   d1：漏水層内定常漏水，d21：漏水層内非定常漏水(1)，d22：同(2)
   d31：二重空隙擬似定常，d32：二重空隙非定常
2. 帯水層条件（透水異方性）
   a0：等方性，a1：水平等方／鉛直異方，a2：水平異方（鉛直流れなし），a3：3 軸異方性
3. 井戸条件(井戸構造)
   a0：完全貫入井戸（水平流れ），不完全貫入（部分揚水）井戸（鉛直成分流あり）
   b0：井戸径なし，b1：井戸径あり（井戸貯留無視），b2：井戸径あり（井戸貯留考慮）
4. 井戸条件（揚水などインパクト）
   a0：定流量／定水位（1.a0（定常）対応），a1：定流量，a2：定水位，
   a3：変動流量，a4：瞬時（スラグ型）水位変動

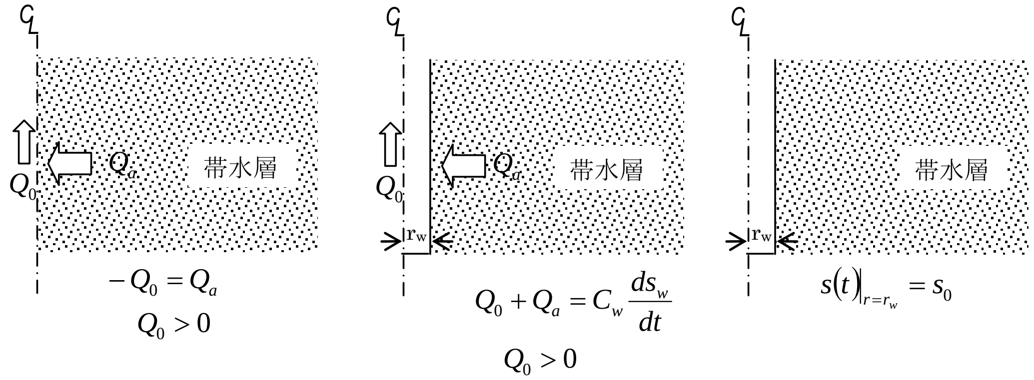
他にも近隣に不透水境界がある問題，帯水層厚さが一定でない，などのケースも想定できるが，説明が容易なものとして以上を挙げておく。

例えば，地盤工学会編「根切り工事と地下水」で説明のある井戸モデルをこれで分類すると以下のようになる。

表-1　モデルを構成する条件設定

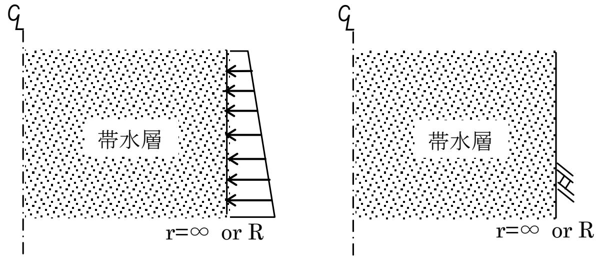
条件＼モデル	Thiem 式	定常漏水 (Jacob 式)	Theis 式	回復	漏水	定圧	有限径井戸
1. 帯水層条件 (地下水理)	a0 b0/b1 c1 d0	a0 b0 c0 d1	a1 b0/b1 c0 d0	a1 b0/b1 c0 d0	a1 b0 c0 d1	a1 b0 c0 d0	a1 b0 c0 d0
2. 帯水層条件 (透水異方性)	a0	a0	a0	a0	a0	a0	a0
3. 井戸条件 (井戸構造)	a0 b1	a0 b1 (b0 近似)	a0 b0	a0 b0	a0 b1 (b0 近似)	a0 b1	a0 b2
4. 井戸条件 (インパクト)	a0	a0	a1	a13	a1	a2	a2

$$W(\lambda)=\int_{\lambda}^{\infty}\frac{\exp(-\lambda)}{\lambda}d\lambda=E_1(\lambda) \tag{1.1}$$



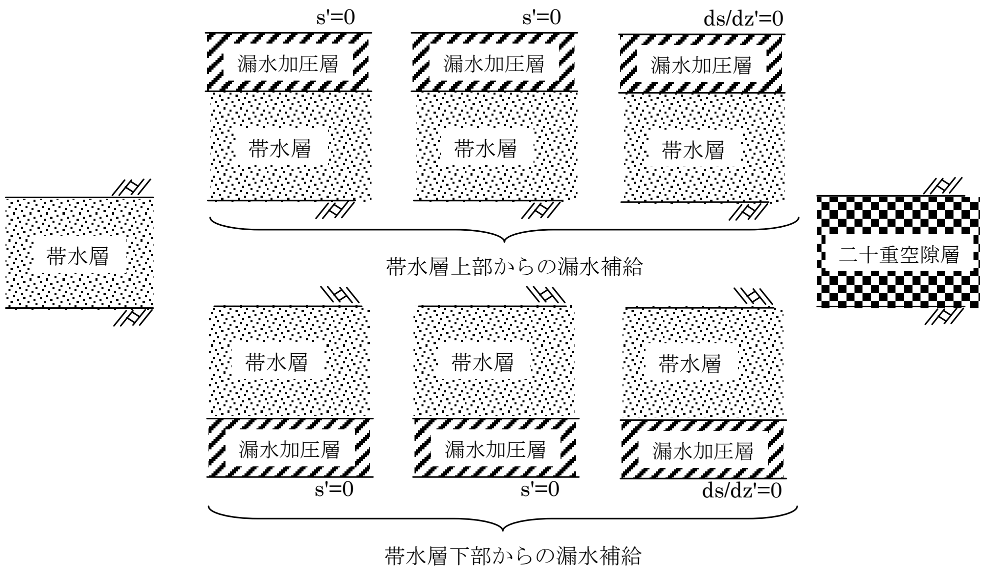
pattern 1　　　　　　　pattern 2　　　　　　　pattern 3
(無限小径井戸定流量条件)　(有限径井戸定流量条件)　(有限径井戸定圧(定水位)条件)

Ⅰ.井戸構造および揚水条件



pattern 1　　　　　　　pattern 2
(定水位境界条件)　　　(不透水境界条件)

Ⅱ.側方境界条件



pattern 1　　pattern 2 (Ss'=0)　　pattern 3 (Ss'≠0)　　pattern 4 (Ss'≠0)　　pattern 5
(不透水境界)　(非貯留性漏水境界)　(貯留性漏水境界 2)　(貯留性漏水境界 3)　(二十空隙モデル)

Ⅲ.帯水層上下端面漏水など補給条件

図-1　揚水井構造および帯水層水理境界条件

完全貫入井戸公式の誘導

図-2 に示す被圧帯水層に設置した完全貫入井戸を用いて揚水した場合の水位低下挙動を表す公式を誘導する。ここでは，試験孔および帯水層に対して以下の仮定に基づいて検討を進める。

①帯水層の上下部には不透水境界あるいは漏水層境界を選択できるものとする。
②帯水層内の二重空隙からの涵養を考慮できる。
③各層は水平方向に広がりを有し，無限の広がりと揚水井戸中心として有限半径で水位一定，もしくは不透水境界の選択ができるものとする。
④初期水頭高さは一定，すなわち水位低下量はなく，初期に流れは生じないとする。
⑤帯水層は均質，等方性である。
⑥地下水，帯水層，漏水層の物理的特性は任意の地点および時間に独立である。
⑦揚水によって生じる地下水流は Darcy 則に従う。
⑧揚水によって帯水層に生じる流れは水平方向放射状流である。
⑨揚水井戸は帯水層を貫通し，全層にわたってストレーナを有す。
⑩揚水井戸近傍での井戸損失は生じないとする。
⑪帯水層内の地下水の圧力状態は初期および検討期間中を通じて被圧状態であるとする。

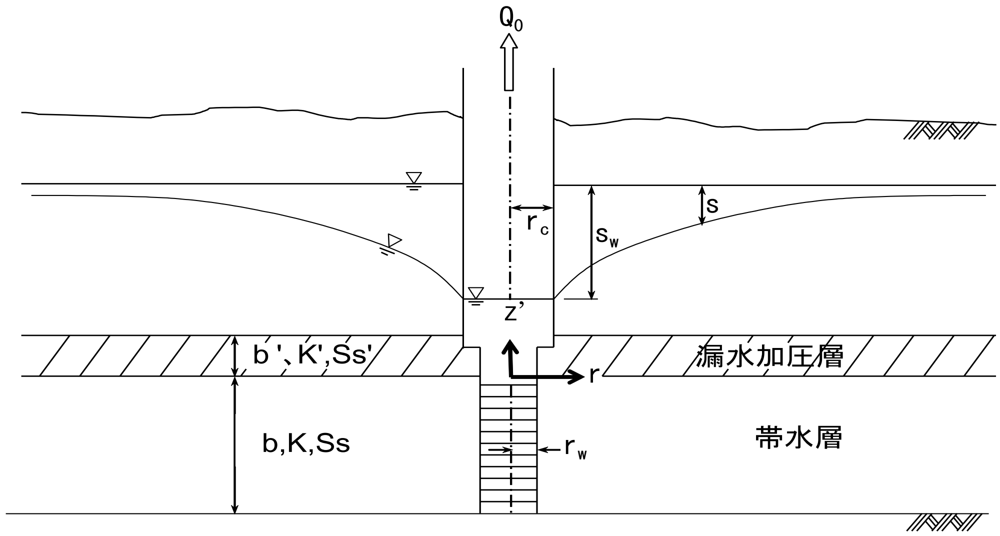


図-2　完全貫入井戸による揚水モデル

1. 基礎方程式

支配方程式と初期および境界条件を以下のように整理する。

(1) 帯水層の支配方程式

帯水層の支配方程式には Hantush[7]の誘導による漏水を考慮した次式を用いる。

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r}+\frac{K'}{T}\left.\frac{ds'}{dz'}\right|_{z'=0}=\frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} \tag{1}$$

ここで，s：初期状態からの水頭低下量 [L]，r：井戸中心からの半径方向距離 [L]，z'：帯水層上端部からの鉛直方向距離（上向き正）[L]，t：揚水開始後の経過時間 [T]，T：帯水層の透水量係数(=Kb)[L^2/T]，S：帯水層の貯留係数(=$S_S b$) [-]，b：帯水層厚さ [L]，K：帯水層の透水係数 [L/T]，S_S：帯水層の比貯留係数 [1/L]，K'：上部漏水加圧層の鉛直方向の透水係数 [L/T]。

(1)式では上部漏水加圧層の透水係数 K'を 0 とすれば，漏水加圧層との境界面からの補給がなくなり，非漏水性となる。ここで，漏水性加圧層は帯水層上部としているが，以下の展開は帯水層下部とみなすこともできる。ただし，本研究では上部あるいは下部のいずれか一方のみを対象とし，漏水加圧層を設定しな

い側の境界は不透水境界とする。

(2) 初期および境界条件

①初期条件

$$s(r, t=0) = 0 \tag{2}$$

②境界条件（Ⅰ）

側方の境界条件は以下の 4 つの境界条件から適切なもの一つ選択する。

側方境界(1-1)：無限遠方水位一定　：　$s(r \to \infty, t) = 0$　(3.1)

側方境界(1-2)：無限遠方不透水境界：$\dfrac{ds(r \to \infty, t)}{dr} = 0$　(3.2)

側方境界(2-1)：有限距離水位一定　：$s(r = R, t) = 0$　(3.3)

側方境界(2-2)：有限距離不透水境界：$\dfrac{ds(r = R, t)}{dr} = 0$　(3.4)

ここで，R：有限影響圏半径距離[L]

③境界条件（Ⅱ）

井戸条件には井戸径および揚水方法に由来して，以下の 3 つの境界条件から一つ選択する。

井戸境界(1-1)：定流量揚水(無限小井戸半径)：$2\pi T \left.\dfrac{ds}{dr}\right|_{r=0} = -Q_o f(t)$　(4.1)

井戸境界(1-2)：定流量揚水(有限井戸半径)：$2\pi T \left.\dfrac{ds}{dr}\right|_{r=r_W} - C_W \dfrac{ds_W(t)}{dt} = -Q_o f(t)$　(4.2)

井戸境界(2)：定水位(圧)揚水：$s(r = r_W, t) = s_o f(t)$　(4.3)

ここで，s_w：井戸内水頭低下量[L]，C_w：井戸貯留項[L^2]，r_w：井戸ストレーナ半径[L]，Q_o：定量揚水流量[L^3/T]，s_o：井戸内定水位低下量[L]，$f(t)$：揚水強度関数：時間に対して流量 Q_o や水位低下量 s_o を変化させる時間関数。

(3) 漏水層の条件

漏水の影響は，支配方程式(1)に既に含まれており，上記の側方や井戸の条件とは幾分扱いが異なる。ここでは，まず漏水挙動を解き，漏水補給項として後に支配方程式(1)に導入する。

①漏水層条件

Hantush[7)]の誘導に倣い，漏水層内の地下水を表す支配方程式は以下の 2 つの式から一つ選択する。

(a)非貯留性漏水層：$\dfrac{\partial^2 s'}{\partial z'^2} = 0$　(5.1)

(b)貯留性漏水層：$\dfrac{\partial^2 s'}{\partial z'^2} = \dfrac{S_S'}{K'}\dfrac{\partial s'}{\partial t}$　(5.2)

ここで，S_S'：漏水加圧層の比貯留係数 [1/L]。

②初期条件

$$s_1(z_1, r, t=0) = 0 \tag{6}$$

ここで，s'：漏水加圧層内水頭低下量[L] 。

③境界条件

漏水加圧層と帯水層と接する境界面においては，漏水加圧層内の水位低下量は帯水層のそれに一致する以下の条件とする。

$$s'(z'=0, r, t) = s(r, t) \tag{7}$$

漏水加圧層の帯水層の反対側の端部の水位条件は以下の 2 条件から一つ選択する。

(a)定水位条件： $s_{\prime}\left(z'=b', r, t\right)=0$ (8. 1)

あるいは,

(b)不透水条件： $\dfrac{\partial s'\left(z'=b', r, t\right)}{\partial z'}=0$ (8. 2)

ここで，b' : 漏水加圧層厚 [L]。

(4) 二重空隙条件

主に，亀裂性浸透と基岩部との水のやり取りを扱う二重空隙モデルは，上述(3)の漏水モデルに似ているが，パラメータの持つ意味が異なる。以下は Moench[8)]の誘導に倣い，**図-3** に示すモデルを用いる。

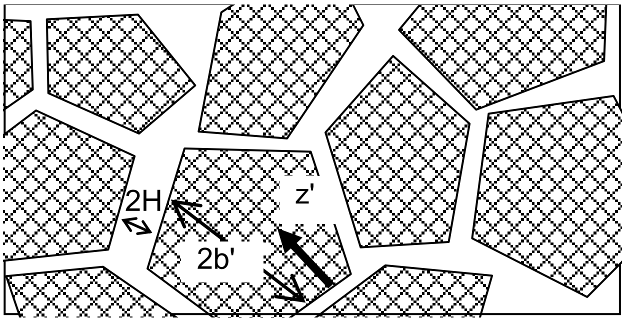


図-3　二重空隙モデル

亀裂幅 $2H$ に対して以下の支配方程式が提案されている。

亀裂透水層： $HK_f \dfrac{\partial^2 s}{\partial r^2}+HK_f \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial s}{\partial r}=HSs_f \dfrac{\partial s}{\partial t}+q$ (9)

ここで，K_f : 亀裂の透水係数 [L/T]，S_{sf} : 亀裂の比貯留係数 [1/L]。

基岩（厚さ $2b'$)の支配方程式は以下である。

基岩部： $b' K_m \dfrac{\partial^2 s'}{\partial z'^2}=b' Ss_m \dfrac{\partial s'}{\partial t}-q$ (10)

ここで，K_m : 基岩部の透水係数 [L/T]，Ss_m : 基岩部の比貯留係数[1/L]，q : 単位断面積あたりの排出流入流量 [L/T]。

$$q=K_m\left(\frac{ds'}{dz_{\prime}}\right)_{z'=0} \tag{11}$$

さらに，亀裂と基岩部を合わせた層厚 b に対するそれぞれの平均透水係数 K および K'を以下のように定義する。

$$K=\frac{H}{b}K_f\,,\quad K'=\frac{H}{b'}K_m \tag{12. 1, 2}$$

(12. 1, 2)式と(11)式を(9)および(10)式に代入し整理すると以下となる。

亀裂透水層： $\dfrac{\partial^2 s}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial s}{\partial r}+\dfrac{K'}{Kb'}\left.\dfrac{ds'}{dz'}\right|_{z'=0}=\dfrac{Ss}{K}\dfrac{\partial s}{\partial t}$ (13)

基岩部： $\dfrac{\partial^2 s'}{\partial z'^2}=\dfrac{Ss'}{K'}\dfrac{\partial s'}{\partial t}-\dfrac{1}{b'}\left.\dfrac{ds'}{dz'}\right|_{z'=0}$ (14)

ここで，(1)式と(13)式を比較すると，被圧帯水層では S_s/K は S/T は同等，また(ds'/dz')項の係数項の定義が異なることに注意すれば，両式は同じ式の形をとっていることが分かる。これより，(13)式は帯水層の支

配方程式(1)の代替として扱い，初期および側方および井戸の境界条件は，帯水層のそれを用いる。また，基岩部の初期条件は漏水層の条件とし，境界条件は漏水層の(7)式および(8.2)式を用いる。

2. 無次元化表示

以下の無次元化パラメータを導入する。

$$r_D = \frac{r}{r_W}, \quad t_D = \frac{Tt}{S{r_W}^2}, \quad \alpha = \frac{\pi {r_W}^2 S}{C_W}, \quad \beta = t_D \alpha = \frac{\pi T t}{C_W} \tag{15.1～4}$$

$$z_D' = \frac{z'}{b'}, \quad B^2 \equiv \frac{Tb'}{K'} \tag{15.5, 6}$$

流量境界による揚水の場合は以下の無次元化を用いる。

$$s_D = \frac{4\pi T}{Q_o} s = \frac{4\pi Kb}{Q_o} s \tag{16.1}$$

$$s_D' = \frac{4\pi T}{Q_o} s' \tag{16.2}$$

孔内水位境界による揚水の場合以下の無次元化を用いる。

$$s_D = \frac{s}{s_o} \tag{17.1}$$

$$s_D' = \frac{s'}{s_o} \tag{17.2}$$

漏水条件および二重空隙モデルは以下の無次元化を用いる。

$$\text{漏水性帯水層：}\ \gamma = \left(\frac{r_w}{B}\right)^2, \qquad \sigma = \frac{Ss'b'}{Ssb} \tag{18.1, 2}$$

$$\text{二重空隙モデル：}\ \gamma = \left(\frac{r_w}{b'}\right)^2 \frac{K'}{K}, \qquad \sigma = \frac{Ss'}{Ss} \tag{19.1, 2}$$

ここで，井戸半径 r_w で無次元化としたが，無限小径井戸問題の場合は r_w には単位長さを代入する。この扱いにより，有限井戸径問題では $r_D \geq 1$ の規定を受けるが，無限小径井戸問題では $r_D > 0$ となる。

以上の無次元化パラメータの導入によって基礎方程式は表−2 に示す式群となる。

同表に示したように，無次元化したことで，漏水性帯水層と二重空隙モデルの区別はなくなり，これらは(18)式および(19)式のパラメータの定義に違いとなる。

3. Laplace 変換

支配方程式(20)式，(29 および 30)式は距離項 r_D と時間項 t_D を持つ偏微分方程式である（ここで，z_{iD} 項は別途評価するため微分方程式内ではこの項を含む微分項は定数扱いとする)。これを r_D に対する常微分方程式とするために，t_D に Laplace 変換を施し，これより得られる常微分方程式を解き，その後逆 Laplace 変換することで所定の水位変動量を得ることを考える。

関数 $f(x)$に対する Laplace 変換は以下の定義で行われる。

$$\overline{f(p)} = \int_0^\infty f(x) \exp(-px) dx \tag{35}$$

ここで，p：laplace 変数。

(35)式による変換をこれまで示した支配方程式および境界条件式に施す。変換は，Churchill[9]の整理した変換公式および変換表を活用した。なお，本論文では Laplace 変換された関数は，関数にオーバーバー(￣)

を附すことでこれを表す。Laplace 変換したことで，時間項 t_D が落とされ，偏微分から変数 r_D に対する常微分となった。この結果を**表-3** に示す。

表-2　無次元標記した完全貫入井戸問題の基礎方程式

帯水層/二重空隙モデルの支配方程式	$\dfrac{\partial^2 s_D}{\partial r_D{}^2}+\dfrac{1}{r_D}\dfrac{\partial s_D}{\partial r_D}+\gamma\left.\dfrac{ds_D'}{dz_D'}\right\|_{z_D'=0}=\dfrac{\partial s_D}{\partial t_D}$	(20)
帯水層の初期条件	$s_D(r_D,t_D=0)=0$	(21)
帯水層の境界条件：無限遠方，定水位	$s_D(r_D\to\infty,t_D)=0$	(22)
無限遠方，不透水	$\dfrac{ds_D(r_D\to\infty,t_D)}{dr_D}=0$	(23)
有限遠方，定水位	$s_D(r_D=R_D,t_D)=0$	(24)
有限遠方，定水位	$\dfrac{ds_D(r_D=R_D,t_D)}{dr_D}=0$	(25)
帯水層の境界条件：揚水条件 無限小径井，定流量	$\therefore r_D\left.\dfrac{ds_D}{dr_D}\right\|_{r_D=0}=-2f_D(t_D)$	(26)
有限径井，定流量	$\therefore r_D\left.\dfrac{ds_D}{dr_D}\right\|_{r_D=1}=\dfrac{1}{2\alpha}\dfrac{ds_{WD}(t)}{dt_D}-2f_D(t_D)$	(27)
有限径井，定水位	$s_D(r_D=r_{WD},t_D)=f_D(t_D)$	(28)
漏水層の支配方程式：非貯留性漏水	$\dfrac{\partial^2 s_D'}{\partial z_D'^2}=0$	(29)
貯留性漏水／ 二重空隙モデル	$\dfrac{\partial^2 s_D'}{\partial z_D'^2}=\dfrac{\sigma}{\gamma}\dfrac{\partial s_D'}{\partial t_D}+\left(\dfrac{ds_D'}{dz_D'}\right)_{z_D'=0}$	(30)
漏水層の初期条件	$s_D'(z_D',r_D,t_D)=0$	(31)
漏水層の境界条件：漏水／帯水層界面境界	$s_D'(z_D'=0,r_D,t_D)=s_D(r_D,t_D)$	(32)
漏水層端部定水位	$s_D'(z_D'=1,r_D,t_D)=0$	(33)
漏水層端部不透水	$\dfrac{\partial s_D'(z_D'=1,r_D,t_D)}{\partial z_D'}=0$	(34)

表-3　Laplace 変換した完全貫入井戸問題の基礎方程式

帯水層/二重空隙モデルの支配方程式	$\frac{d^2\overline{s_D}}{dr_D{}^2}+\frac{1}{r_D}\frac{d\overline{s_D}}{dr_D}+\gamma\left.\frac{d\overline{s_D'}}{dz_D'}\right\|_{z_D'=0}-p\overline{s_D}=0$	(36)
帯水層の境界条件：無限遠方，定水位	$\overline{s_D(r_D\to\infty)}=0$	(37)
無限遠方，不透水	$\frac{d\overline{s_D(r_D\to\infty)}}{dr_D}=0$	(38)
有限遠方，定水位	$\overline{s_D(r_D=R_D)}=0$	(39)
有限遠方，定水位	$\frac{d\overline{s_D(r_D=R_D)}}{dr_D}=0$	(40)
帯水層の境界条件：揚水条件 無限小径井，定流量	$\therefore r_D\left.\frac{d\overline{s_D}}{dr_D}\right\|_{r_D=0}=-2\overline{f_D}$	(41)
有限径井，定流量	$\therefore r_D\left.\frac{d\overline{s_D}}{dr_D}\right\|_{r_D=1}=\frac{1}{2\alpha}p\overline{s_{WD}}-2\overline{f_D}$	(42)
有限径井，定水位	$\overline{s_D(r_D=r_{WD})}=\overline{f_D}$	(43)
漏水層の支配方程式：非貯留性漏水	$\frac{d^2\overline{s_D'}}{dz_D'^2}=0$	(44)
貯留性漏水／ 二重空隙モデル	$\frac{d^2\overline{s_D'}}{dz_D'^2}=\frac{\sigma}{\gamma}p\overline{s_D'}+\left(\frac{d\overline{s_D'}}{dz_D'}\right)_{z_D'=0}$	(45)
漏水層の境界条件：漏水/帯水層界面境界	$\overline{s_D'(z_D'=0,r_D)}=\overline{s_D(r_D)}$	(46)
漏水層端部定水位	$\overline{s_D'(z_D'=1,r_D)}=0$	(47)
漏水層端部不透水	$\frac{d\overline{s_D'(z_D'=1,r_D)}}{dz_D'}=0$	(48)

支配方程式を無次元化し，時間についてはLaplace 変換することで，Laplace 変換場での解を得ることとする。個々で，変数 p はLaplace 変数である。Laplace 変換場では以下の一般解を得る。

$$\overline{s_D(r_D,p)}=[c_1K_0(\lambda r_D)+c_1K_0(\lambda r_D)]\overline{f_D(p)}$$

ここで，“—”はLaplace 変換された関数であることを表す。

$f_D(t)$は時間によって変化する強度関数であり，定流量揚水では $f_D(t)$=1 となり，これをLaplace 変換すると，$\overline{f_D(p)}$＝1/p，K_0：第二種 0 次修正ベッセル関数，I_0：第一種 0 次修正ベッセル関数，係数 c_1,c_2 はこれまで紹介してきた境界条件（揚水条件と遠方境界条件）の組み合わせが上式を満たすように設定される。但し，漏水に関する境界条件は，以下のように整理し変数 λ に取り込まれる。

4. 解法

(1) 漏水および二重空隙基岩内の解法

解法にあたっては，まず漏水加圧層あるいは二重空隙モデルを解き，漏水補給項である $d\overline{s_{iD}}/dz_{iD}$ 項を得，これを帯水層支配方程式に代入する。

漏水加圧層内の解は Hantush[7]が以下のように与えている。

①漏水補給がない場合： $d\overline{s_D}'/dz_D' = 0$ (49)

②非貯留性漏水の場合： $\dfrac{d\overline{s_D}'}{dz_D'} = -\overline{s_D}$ (50)

③貯留性漏水の場合

a）漏水加圧層端水位固定条件： $\left.\dfrac{d\overline{s_D}'}{dz_D'}\right|_{z_D'=0} = -\lambda'\coth(\lambda')\overline{s_D}$ (51)

b）漏水加圧層端不透水条件： $\left.\dfrac{d\overline{s_D}}{dz_i}\right|_{z_D'=0} = -\lambda'\tanh(\lambda')\overline{s_D}$ (52)

ここで， $\lambda' = \dfrac{\sigma}{\gamma}p$ (53)

④ 二重空隙モデル

Moench[8]は二重空隙モデルの支配方程式(45)を以下のように解いている。

a）非定常解

この場合は，(52)式が誘導される。ここで，λ'は前出の(53)式である。

b）擬似定常解

(45)式から，左辺項にある二階微分項を無視するものである。この近似化は漏水加圧層内の動水勾配が一定条件とする現象を表し，これを解くと以下となる。

$$\left.\frac{d\overline{s_D}'}{dz_D'}\right|_{z_D'=0} = -\frac{\sigma\gamma}{\gamma+\sigma p}p\overline{s_D} \tag{54}$$

ここで，着目すべきは， $d\overline{s_D}'/dz_D'$ 項はすべて帯水層の水位低下量 $\overline{s_D}$ の線形式で与えられる点であり，この特徴を次項で活用する。

(2) 帯水層の支配方程式の解法

以上のようにして得られた漏水補給条件を帯水層の支配方程式に導入すると，以下の式となる。

$$\frac{\partial^2\overline{s_D}}{\partial r_D{}^2} + \frac{1}{r_D}\frac{\partial\overline{s_D}}{\partial r_D} - \lambda^2\overline{s_D} = 0 \tag{55. 1}$$

ここで，λ は**表-4** の定義となる。

表–4　漏水など補給条件による λ

条件	λ_i^2の定義
①非漏水層/非二重空隙	$\lambda^2 = p$
②非貯留性漏水層	$\lambda^2 = \gamma + p$
③貯留性漏水層： (a)漏水層端部で定水頭境界	$\lambda^2 = \gamma\lambda'\coth(\lambda') + p$
(b)漏水層端部で不透水境界	$\lambda^2 = \gamma\lambda'\tanh(\lambda')$
④ 二重空隙モデル (a) 非定常解	$\lambda^2 = \gamma\lambda'\tanh(\lambda')$
(b) 擬似定常解	$\lambda^2 = \dfrac{\sigma\gamma}{\gamma + \sigma p} p$

ここで，$\lambda'^2 = \dfrac{\sigma}{\gamma} p$

また，(3.55) 式の一般解は以下のように与えられている[10]。

$$\overline{s_D(r_D, p)} = c_1 K_0(\lambda r_D) + c_2 I_0(\lambda r_D) \tag{56}$$

ここで，c_1, c_2：定数項，$I_0(x)$：第 1 種 0 次修正ベッセル関数，$K_0(x)$：第 2 種 0 次修正ベッセル関数。

次に，(56) 式に，井戸構造・揚水条件および側方境界条件からそれぞれ適切な条件を選び，(56)式の定数項 c_1 および c_2 を得ることができる。この結果を**表–5** にまとめた。

表–5　定数項一覧表：$\overline{s_D(r_D, p)} = [c_1 K_0(\lambda r_D) + c_2 I_0(\lambda r_D)]\overline{f_D}$

	無限小井戸径 定流量揚水	有限井戸径 定流量揚水	有限井戸径 定圧揚水
無限側方境界	$c_1 = 2$ $c_2 = 0$	$c_1 = \dfrac{2}{\{\lambda K_1(\lambda) + pK_0(\lambda)/2\alpha\}}$ $c_2 = 0$	$c_1 = \dfrac{1}{K_0(\lambda)}$ $c_2 = 0$
有限側方定水位	$c_1 = 2$ $c_2 = \dfrac{-2K_0(\lambda R_D)}{I_0(\lambda R_D)}$	$c_1 = \dfrac{2}{-\{pI_0(\lambda)/2\alpha - \lambda I_1(\lambda)\}K_0(\lambda R_D)/I_0(\lambda R_D) + \{\lambda K_1(\lambda) + pK_0(\lambda)/2\alpha\}}$ $c_2 = \dfrac{-2K_0(\lambda R_D)/I_0(\lambda R_D)}{-\{pI_0(\lambda)/2\alpha - \lambda I_1(\lambda)\}K_0(\lambda R_D)/I_0(\lambda R_D) + \{\lambda K_1(\lambda) + pK_0(\lambda)/2\alpha\}}$	$c_1 = \dfrac{1}{K_0(\lambda) - I_0(\lambda)K_0(\lambda R_D)/I_0(\lambda R_D)}$ $c_2 = \dfrac{-K_0(\lambda R_D)/I_0(\lambda R_D)}{K_0(\lambda) - I_0(\lambda)K_0(\lambda R_D)/I_0(\lambda R_D)}$
有限側方不透水	$c_1 = 2$ $c_2 = \dfrac{2K_1(\lambda R_D)}{I_1(\lambda R_D)}$	$c_1 = \dfrac{2}{\{pI_0(\lambda)/2\alpha - \lambda I_1(\lambda)\}K_1(\lambda R_D)/I_1(\lambda R_D) + \{pK_0(\lambda)/2\alpha + \lambda K_1(\lambda)\}}$ $c_2 = \dfrac{2K_1(\lambda R_D)/I_1(\lambda R_D)}{\{pI_0(\lambda)/2\alpha - \lambda I_1(\lambda)\}K_1(\lambda R_D)/I_1(\lambda R_D) + \{pK_0(\lambda)/2\alpha + \lambda K_1(\lambda)\}}$	$c_1 = \dfrac{1}{K_0(\lambda) + I_0(\lambda)K_1(\lambda R_D)/I_1(\lambda R_D)}$ $c_2 = \dfrac{K_1(\lambda R_D)/I_1(\lambda R_D)}{K_0(\lambda) + I_0(\lambda)K_1(\lambda R_D)/I_1(\lambda R_D)}$

ここで，定量および定圧揚水時：$\overline{f_D} = \dfrac{1}{p}$。

また，無限遠方境界では定水位／不透水境界の区別はなくなる。