

## 第4小委員会（数値解析）

### 小項目テーマ (4-1)：土の構成式

20世紀には工学の専門分化が一層加速した。多くの技術的問題の高精度予測への要請がそれぞれの分野が扱う材料に特化した構成式の誕生を促し、例えば、地盤工学分野が対象とする土の力学特性の記述に関しても、他の工学分野で用いられる材料構成式とは異なった独自の発展を遂げることとなった。

特定の土質（砂、粘土など）あるいは特定の力学問題（せん断破壊、圧密など）に対象を限定した個別の構成式の提案から始まった研究の潮流は、やがて土質や問題によらない統一的な記述を求める機運へと変遷を遂げている。弾性体およびそれに類する古典的な構成式群は、やがて金属塑性論に端を発した非線形性の記述法をあわせた弾塑性定式化を基本とする構成式へと発展し、土質試験で究明された要素物性を数理的にいかに厳密に記述しようかという志向の下、一連の弾塑性構成式に関する研究が現在も隆盛を極めていく。

ここでは、ひずみの弾塑性分解、降伏関数、塑性ポテンシャル、塑性流動則、塑性硬化則などから構成される弾塑性理論の数理的枠組みに則った表現様式によるものを弾塑性構成式とよぶこととする。塑性力学の系譜を紐解いていくと、18世紀後半まで遡ることができる。当時、Coulombが砂岩を用いた実験に基づき破壊面上の垂直応力に依存した限界せん断応力の破壊規準を提案していることは、土の構成式研究の源流をたどる上で見逃すことはできない。それ以降、20世紀前半にかけて Coulomb, Tresca, Mohr, Maxwell, Huber, von Mises, Hencky, Nádai, St. Venant, Lévy, von Mises, Prandtl, Reuss らによって主に金属材料を対象として弾塑性理論の枠組みが形づくられ、20世紀半ばには Drucker や Hill らの活躍により弾塑性力学の数理体系が確立した。

地盤材料は降伏応力の圧力依存性、塑性圧縮性、ダイレイタンス特性など、金属材料にみられない複雑な力学特性を有し、圧力非依存性と塑性非圧縮性を前提とする金属塑性論の枠組みをそのまま地盤材料に適用することはできない。そのため、過去50年間における地盤材料を対象とした構成式の開発研究は、金属塑性論の枠組みを基礎としながら、地盤材料に特有の力学特性を精緻に表現することを中心的課題として進展してきた。支持力、土圧、斜面安定などにみられるように、地盤力学問題においては古典的塑性論に基づく解析法が古くから用いられてきた。しかし、地盤材料を対象とした弾塑性構成式の先駆けとしては、Mohr-Coulombモデルと Drucker-Pragerモデルが挙げられる。後者は1950年代初頭に、前者はさらに前に提案されたものであるが、両モデルは簡便さゆえ現在でも幅広く用いられている。

1960年代に Roscoe を中心とする Cambridge 学派が提案した Cam-clay モデルは地盤材料の弾塑性構成式として当時画期的なものであり、その後の構成式研究に多大な影響を与えた。Cam-clay モデルは実験室でよく練り返された正規圧密状態にある飽和粘土の負荷時の挙動を表すことを目的とし、圧密（圧縮）とせん断を統一的に扱うことを目指した世界最初の弾塑性構成式といえる。平均有効応力  $p'$  ～ 軸差応力  $q$  ～ 比体積  $v$  の間に一義的な関係があるとする状態境界面（Roscoe 面）と、完全塑性かつ体積変化を生じない限界状態の基本概念に立脚し、塑性履歴変数として塑性体積ひずみを用いる。過去50年間における地盤材料の弾塑性構成式の開発研究は、この Cam-clay モデルを基本に改良・拡張する方向で進展してきたといっても過言ではない。

Roscoe らが最初に提案した Cam-clay モデルは過圧密状態や異方性を適用対象外としているが、1970年代以降、これらを考慮に入れた弾塑性構成式の開発が盛んに進められた。Cam-clay モデルは降伏面の

内部を純粋な弾性域とする古典塑性論に属し、過圧密土に適用した場合には過度なピーク応力や鋭く折れ曲がった応力-ひずみ関係が予測される。この欠点を補うため、降伏面内部を純粋な弾性域と仮定しない非古典塑性論に基づく構成式が複数提案された。降伏面内部の下降伏面（負荷面）が移動することにより塑性変形の発現を表現するモデルとして、多面モデル、二面モデル、単面モデル、無数面モデルがある。また、下降伏面（負荷面）の膨張・収縮により塑性変形の発現を表現するモデルに、境界面モデルや Hashiguchi & Ueno (1977) が提案した下負荷面モデルがある。なお、非古典塑性論に基づく拡張によって、過圧密土はもとより繰返し変形挙動の予測にも適用可能となる。異方性の考慮については、Ohta & Hata (1971), Sekiguchi & Ohta (1977) が異方正規圧密粘土を対象として Cam-clay モデルの拡張を行った。また、Hashiguchi (2001) が塑性変形による誘導異方性を導入した回転硬化モデルを提案している。

地盤材料にみられる特徴的な強度・変形特性として、圧力依存性に加えて中間主応力への依存性がある。これは応力の第三不変量への依存性、もしくは Lode 角依存性とも呼ばれ、この特性を考慮した構成式の開発が 1970 年代半ばから盛んとなった。これには、構成モデルの定式化において修正応力を用いるか否かでふたつの枠組みに大別される。修正応力を用いるモデルとしては、Matsuoka & Nakai (1974) が提案した SMP 規準が挙げられる。このモデルでは空間滑動面 (Spatially Mobilized Plane; SMP) に基づく修正応力テンソルとひずみ増分パラメータを用いて、中間主応力の大きさによらず唯一的に強度・変形特性を整理できる。修正応力を用いない方法としては、応力の第三不変量もしくは Lode 角を降伏関数と塑性ポテンシャル関数の変数として直接的に導入する方法がある。

液状化の表現を目的とした弾塑性構成式については、1970 年代終盤から近年にわたり長らく精力的な研究開発が進められ、特に 1990 年代に入って研究が急速に進展した。飽和砂質土が繰返し変形を受けると、負のダイレイタンシーによる間隙水圧の上昇で液状化に至る。密な砂では正・負のダイレイタンシーに起因して繰返し変形により剛性回復・低下が交互に発生するサイクリックモビリティがみられるが、その精緻な再現も構成式研究の重要課題とされた。Oka et al. (1999) は、非線形移動硬化則、過圧密境界面、塑性ひずみ量に依存したせん断係数、一般化した非関連流れ則を導入したモデルにより、せん断ひずみ 10%におよぶ砂の繰返し変形挙動と種々のストレス・ダイレイタンシー関係の表現に成功しており、この構成式は有効応力解析法に基づく液状化解析プログラム LIQCA に実装されている。Zhang et al. (2007) は、応力誘導異方性としての回転硬化と下負荷面および上負荷面（後述）の新たな発展則を導入した構成式により、砂の密度によって異なる液状化とサイクリックモビリティの発生様態を再現している。橋口・間瀬 (2011) は、回転硬化を導入した下負荷面 Cam-clay モデルを用いて高サイクル繰返し変形時のサイクリックモビリティの精緻な再現に成功している。なお、液状化解析においては、応力速度とひずみ速度の非線形関係式による亜塑性構成式や、双曲線モデルや Ramberg-Osgood モデルのように応力とひずみを直接的に関係付ける構成式など、弾塑性理論とは異なる枠組みによる構成式も広く用いられている。

2000 年代に入ると、自然堆積土のような骨格構造を有する土の弾塑性構成式に関する研究が盛んとなった。Cam-clay モデルが対象とする繰返し土では状態境界面の外側の状態（不可能領域）を取り得ないが、繰返し土よりも嵩張った状態にあって構造が高位な土は不可能領域に状態を取る。このような状態の土について、Asaoka et al. (1998, 2000, 2002) は正規降伏面の外側に上負荷面を導入した SYS Cam-clay モデルを提案した。このモデルでは下負荷面も導入して過圧密土にも適用可能となっている。Cam-

clay モデルでは限界状態線を閾線として塑性圧縮と硬化、塑性膨張と軟化が一対一対応であるが、上負荷面と下負荷面を導入したことによって硬化／軟化の閾線と限界状態線が独立し、これによって粘土のみならず砂や中間土を含む様々な土の挙動が再現可能となった。この構成式は地盤解析総合プログラム GEOASIA に実装されている。

上述した弾塑性構成式はいずれも飽和土を対象としたものであるが、不飽和土の弾塑性構成式に関しては 1990 年代に入ってから研究が本格化した。もちろん、それよりもかなり前から不飽和土の力学研究はなされていた。飽和土における有効応力概念の成功を背景として、1950 年代から不飽和土の有効応力の定義に関する議論が盛んになされ、1960 年代初頭には現在広く受け入れられている Bishop の有効応力式が提案された。不飽和土の構成式開発は飽和土に対する構成式を拡張する形で進められ、マトリックスサクシオンの増減による非可逆体積圧縮と飽和度との関係を主要な論点として Alonso et al. (1990), Kohgo et al. (1993), 軽部ら (1996) などが先駆的な構成式の提案を行った。

一方、土が粒子の集合体であることを強く意識した微視的構造の観察とそれに基づく巨視的挙動の記述に関する研究は「地盤の不連続体解析」の項目に詳述される通りであるが、個々の粒子運動および多数粒子群の運動を高性能計算機によって効率的に表現する手法の発展と相まって、当初より巨視的特性を出発点として発展してきた上述の弾塑性構成式との相互補完が近年強く意識されるようになってきている。

この 50 年で地盤材料の構成式は飛躍的な発展を遂げた。これと並行して、有限要素法が 1950 年代半ばに誕生し、コンピューターが急速に性能向上・普及したことと相まって、数値解析による地盤の変形・破壊挙動の予測評価が幅広く用いられるようになった。その活用場面は今後ますます広がっていくのは確実である。こうした状況の中で、土の力学特性を表現する構成式は、土質試験による要素物性の究明成果の表現形態としてだけでなく、数値解析を通じた工学的活用とユーザー拡大を前提とした中核的技術としての発展が今後求められる。これまで、土質試験で新たに発見された現象を数理モデル化していくという志向のもとで数多くの構成式が提案・拡張され、現在では殆どの土の力学特性を実用上十分な精度で表現できるようになった。一方で、その発展は構成式の複雑化と入力パラメータの増加をもたらした。構成式の現象表現性能と、構成式の簡潔さや入力パラメータ数は相反する問題であるが、今後はこの問題をいかに両立するかが課題となるであろう。近年になって、様々な種類・状態の土に適用できる統合型・万能型構成式が完成の域に達しようとしている。もうひとつの発展の方向性として、特定の利用目的に特化した構成式の簡便化・細分化が考えられる。その際、構成式の現象表現性能と適用範囲の定量的明示も不可欠である。高度に洗練された構成式が十分に表現性能を発揮するには、入力パラメータの精度・信頼性向上も求められる。これは調査・計測技術やパラメータ同化技術と並行した発展が求められ、地盤情報データベースを活用したパラメータ設定法の確立も期待される。

従来、力学特性の再現対象となる「要素」が唯一定まっている（少なくとも我々は認識している）ことを前提にした議論が行われてきた。その定量的かつ精緻な挙動予測を行うことを前提とした構成則の応用が、私たちにとっての応用形態の最終型であるという認識が、少なくとも構成則を提案する研究者たちの常識である。しかし、多発する自然災害、特に人工構造物ではなく不均質な自然地盤あるいは斜面の変状が発災対象である事案などにおいては、系全体の力学挙動を表現する際に再現対象とすべき「要素」を、具体的にどの土質のどの部位として捉えたらよいか、予測の信頼度を左右する極めて重要な要因となる。把握することが難しい空間的な物性のバラツキと、それによってもたらされる要素の力学特性の空間的变化を加味して、構成則の運用法を見直すとともに、予測結果の不確実性あるいは危険度を定

量的に示す機会が今後ますます増えてくるかもしれない。それはいわゆるリスク管理手法の研究動向と軌を一にするものである。