浸透の支配方程式

他の資料（資料 1-01）では，微小立方媒体における流体の質量保存側から，浸透の支配方程式を誘導しているが，ここでは同じ手順で，中空円筒および球体殻を考え支配方程式を誘導する。

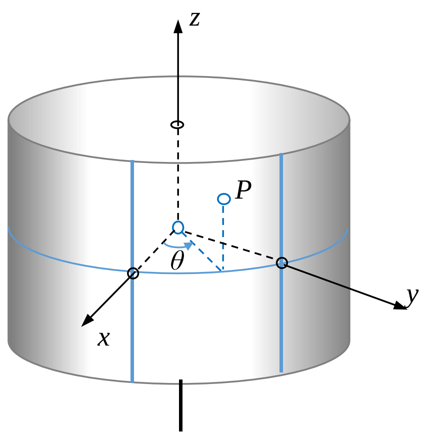

図-1　円筒座標系

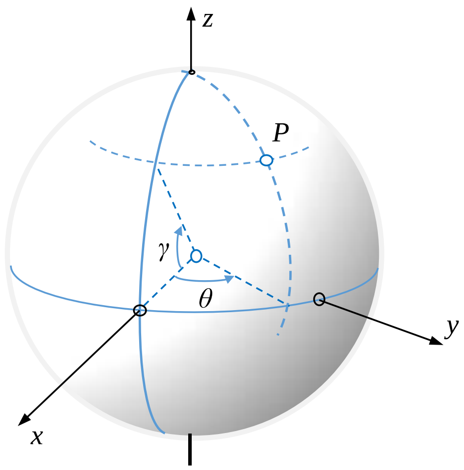

図-2　極座標系

半径 r，円筒厚さ dr の周面（$2\pi r$，筒高 1 単位）を通過する流体の質量保存則を考える。但し，流体密度 ρ は一定とする。

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left[2\pi r\rho u\right]+2\pi r\rho q=2\pi r\rho Ss\frac{\partial h}{\partial t} \tag{1}$$

$$u=-K\frac{dh}{dr} \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[2\pi r\rho K\frac{\partial h}{\partial r}\right]+2\pi r\rho q=2\pi r\rho Ss\frac{\partial h}{\partial t} \tag{3}$$

両辺 $2\pi\rho$ で除す

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[rK\frac{\partial h}{\partial r}\right]+rq=rSs\frac{\partial h}{\partial t}$$

$$rK\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+K\frac{\partial h}{\partial r}+rq=rSs\frac{\partial h}{\partial t}$$

両辺を r で除す

$$K\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+K\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}+q=Ss\frac{\partial h}{\partial t} \tag{4}$$

半径 r，球面殻厚さ dr の周面積（$4\pi r^2$）を通過する流体の質量保存則を考える。但し，流体密度 ρ は一定とする。

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left[4\pi r^2\rho u\right]+4\pi r^2\rho q=4\pi r^2\rho Ss\frac{\partial h}{\partial t} \tag{5}$$

$$u=-K\frac{dh}{dr} \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[4\pi r^2\rho K\frac{\partial h}{\partial r}\right]+4\pi r^2\rho q=4\pi r^2\rho Ss\frac{\partial h}{\partial t} \tag{7}$$

両辺 $4\pi\rho$ で除す

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\rho K\frac{\partial h}{\partial r}\right]+r^2\rho q=r^2\rho Ss\frac{\partial h}{\partial t}$$

$$r^2K\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+2rK\frac{\partial h}{\partial r}+r^2q=r^2Ss\frac{\partial h}{\partial t}$$

両辺を r^2 で除す

$$K\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+K\frac{2}{r}\frac{\partial h}{\partial r}+q=Ss\frac{\partial h}{\partial t} \tag{8}$$