

不完全貫入試験孔スラグ試験の理論

資料 2 のシリーズでは、主に単孔式現場透水試験法の理論を説明しているが、Hvorslev の整理した定常理論から試験孔内水位の非定常挙動に着目した擬似的に非定常を扱う方法と Cooper らの説明した帯水層内と試験孔内を同時に扱うものがある。また、Hvorslev は帯水層厚さを無限長とみなした不完全（部分）貫入試験井戸、Cooper らは帯水層を有限層厚とし完全貫入試験井戸とした違いがある（但し、理論的には、試験条件における試験開始時の試験孔内水位の与え方にも違いがあるが、この点については海外の文献も含め混迷しているところがあるため、この点については改めて説明したい）。

試験条件では、帯水層内および試験孔孔をとともに非定常挙動として扱う Cooper らの理論の方が適切に思われることから、Hyder ら¹⁾(1994)は不完全貫入井戸仕様で帯水層および試験孔内のスラグ試験時の挙動を非定常で扱うことのできる理論を開発している。

解法の概略をまとめると、基礎方程式を説明し、時間場については Laplace 変換、帯水層（有限厚さ）上下端部境界を処理するために Fourier 変換をそれぞれに施し、特異解を誘導し、最終的には数値的にこれを解くこととしている。ここでは、誘導過程を説明することとする。尚、この理論の数値化には Laplace-Fourier 逆変換が必要となるため、計算 code の適用が必要である。計算 code は Kansas USGS のサイトに申し込めば有償で入手できる。

対象とする帯水層と試験孔は図-1 に示すものとしている。

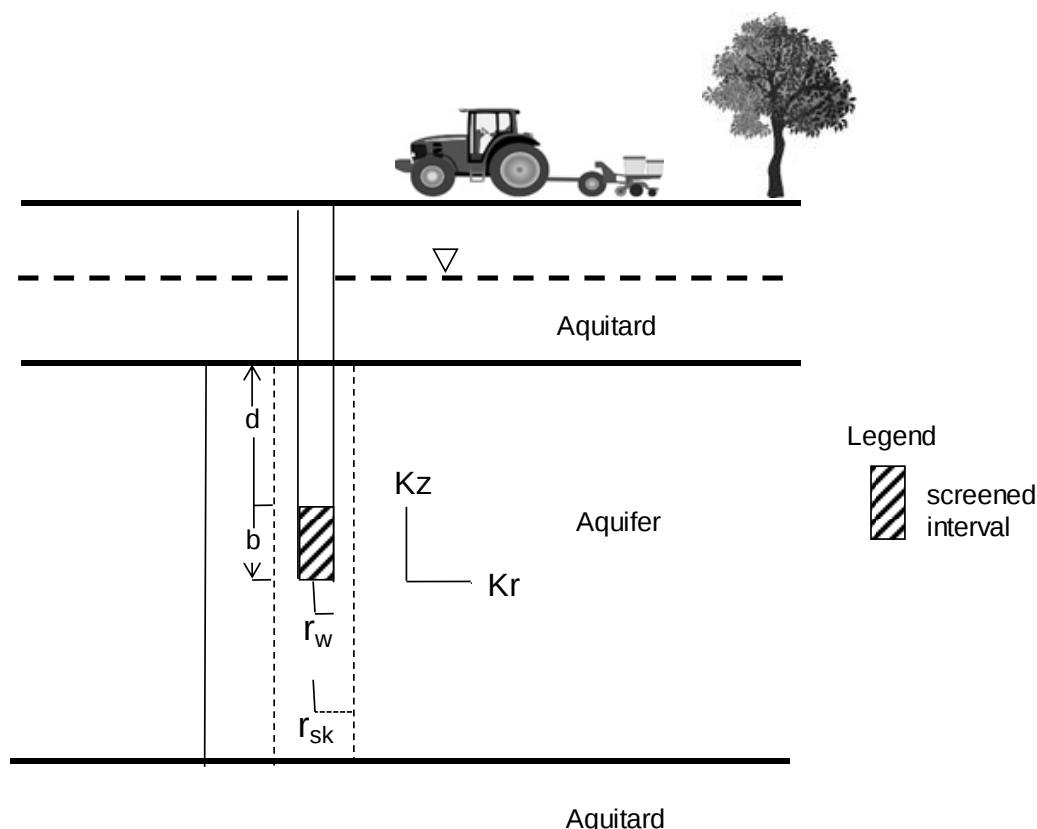


図-1 仮想被圧帯水層の断面図

ここで、aquitard は難透水性層と呼ばれるもので、semi-permeable(半透水性層ほどの透水性はないが、impermeable（不透水）層というほど不透水ではない。実態として考えると、スラグ試験は試験孔内貯留水の排除に伴う回復挙動を追うものであり、揚水試験のように大量の排水量ともならず帯水層内の水頭低下域も拡大しない。このため、以下の境界条件設定では aquitard は impermeable として取り扱っている。

帯水層は、ここでは、被圧状態とし、帯水層厚は一定、試験孔に向う流れは水平鉛直両成分を有する。

a) 支配方程式

$$\frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h_i}{\partial r} + \left(\frac{K_{zi}}{K_{ri}} \right) \frac{\partial^2 h_i}{\partial z^2} = \left(\frac{S_{si}}{K_{ri}} \right) \frac{\partial h_i}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 h : 領域 i の水頭 [L], i : 領域の識別指標 ($=1 : r_w \leq r \leq r_{sk}$ の領域, $=2 : r_{sk} \leq r$ の領域), r_{sk} : 試験井戸周辺スキン層までの外径半径 [L], r_w : 井戸内半径 [L], K_{ri} : 領域 i の水平方向透水係数 [L/T], K_{zi} : 領域 i の鉛直方向透水係数 [L/T], S_{si} : 領域 i の比貯留係数 [1/L], t : 試験開始後の経過時間 [T], r : 試験孔中心から半径方向距離 [L], z : 帯水層上端部を原点とした鉛直方向距離 (下向き正) [L]

b) 初期条件

— 初期には一定水頭分布を示す

$$h_1(r, z, t=0) = h_2(r, z, t=0) = 0 \quad r_w < r < \infty \quad 0 < z < B \quad (2)$$

— 試験開始時に井戸内水位のみ異なる水位が与えられる

$$H(t=0) = H_0 \quad (3)$$

ここで、 B : 層厚 [L], H : 試験孔内水位高 [L], H_0 : 試験開始時の試験孔内水位高さ [L]。

c) 境界条件

— 帯水層遠方では水位一定境界

$$h_2(r=\infty, z, t) = 0 \quad t > 0 \quad 0 \leq z \leq B \quad (4)$$

— 帯水層上下端部では動水勾配が無く漏水などの補給はない

$$\frac{\partial h_i(r, z=0, t)}{\partial z} = \frac{\partial h_i(r, z=B, t)}{\partial z} = 0 \quad t > 0 \quad r_w < r < \infty \quad (5)$$

— 井戸内水位は井戸壁面水頭の平均値とする

$$\frac{1}{b} \int_d^{d+b} h_1(r_w, z, t) dz = H(t) \quad t > 0 \quad (6)$$

ここで、 b : 試験孔試験 (開口) 区間長 [L], d : 帯水層上端部から試験区間上端部までの距離 [L]

— 構内に流入する (流入は水平方向成分のみ) 流量に対する試験孔内水位変動速度の関係

$$2\pi r_w K_{r1} \frac{\partial h_1(r_w, z, t)}{\partial r} = \frac{\pi_c^2}{b} \frac{dH(t)}{dt} \Upsilon(z) \quad t > 0 \quad (7)$$

ここで、 r_c : 試験孔井戸貯留項を表す断面面積換算した半径 (開口孔 : 孔内水位が変動する区間の換算半径, 閉塞孔 : 試験孔の弾性変形率の換算半径), Υ : boxcar 関数 ($=0 \quad z < d$ あるいは $d+b < z$, $=1 \quad d < z < d+b$)。

書き下すと以下を示している。

$$2\pi r_w K_{r1} \frac{\partial h_1(r_w, z, t)}{\partial r} = 0 \quad z < d \text{ or } d+b < z \quad (7-1)$$

$$2\pi r_w K_{r1} \frac{\partial h_1(r_w, z, t)}{\partial r} = \frac{\pi_c^2}{b} \frac{dH(t)}{dt} \quad d \leq z \leq d+b \quad (7-2)$$

— 領域 1, 2 の境界面では水頭水頭と流入出流量は連続させる。

$$h_1(r_{sk}, z, t) = h_2(r_{sk}, z, t) \quad 0 \leq z \leq B \quad t > 0 \quad (8)$$

$$K_{r1} \frac{\partial h_1(r_{sk}, z, t)}{\partial r} = K_{r2} \frac{\partial h_2(r_{sk}, z, t)}{\partial r} \quad 0 \leq z \leq B \quad t > 0 \quad (9)$$

d) 問題の汎用化 : 無次元化標記

以下の指標を導入する。

$$\begin{aligned} \phi_i &= h_i / H_0 & \Phi &= H / H_0 \\ \xi &= r / r_w & \xi_{sk} &= r_{sk} / r_w \\ \eta &= z / b & \zeta &= d / b & \beta &= B / b & a &= b / r_w (= \xi / \eta) \end{aligned}$$

$$\gamma = K_{r2}/K_{r1} \quad A_i = K_{zi}/K_{ri} \quad \tau = (tbK_{r2})/(r_c^2)$$

$$\lambda = S_{s2}/S_{s1} \quad \alpha = (2r_w^2 b S_{s2})/(r_c^2)$$

$$\psi_i = \sqrt{A_i/a^2} \quad R_1 = \gamma\alpha/2\lambda \quad R_2 = \alpha/2$$

$$Y(\eta) = 0 \quad \eta < \zeta \quad \text{or} \quad \zeta + 1 < \eta$$

$$Y(\eta) = 1 \quad \zeta \leq \eta \leq \zeta + 1$$

これらの無次元化指標を用いて、先述の(1)～(9)式を書き換える

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} + \psi_i^2 \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \tau^2} = R_i \frac{\partial \phi_i}{\partial \tau} \quad (10)$$

$$\phi_1(\xi, \eta, \tau = 0) = 0 \quad \xi > 1 \quad 0 < \eta < \beta \quad (11)$$

$$\Phi(\tau = 0) = 1 \quad (12)$$

$$\phi_2(\xi = \infty, \eta, \tau) = 0 \quad \tau > 0 \quad 0 \leq \eta \leq \beta \quad (13)$$

$$\frac{\partial \phi_1(\xi, \eta = 0, \tau)}{\partial \eta} = \frac{\partial \phi_1(\xi, \eta = \beta, \tau)}{\partial \eta} = 0 \quad \tau > 0 \quad \xi > 1 \quad (14)$$

$$\int_{\zeta}^{\zeta+1} \phi_1(\xi = 1, \eta, \tau) d\eta = \Phi(\tau) \quad \tau > 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \phi_1(\xi = 1, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\gamma}{2} \frac{d\Phi(\tau)}{d\tau} \square(\eta) \quad \tau > 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi_1(\xi = 1, \eta, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad \eta < \zeta \quad \text{or} \quad \zeta + 1 < \eta \quad (16-1)$$

$$\frac{\partial \phi_1(\xi = 1, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\gamma}{2} \frac{d\Phi(\tau)}{d\tau} \quad \zeta \leq \eta \leq \zeta + 1 \quad (16-2)$$

$$\phi_1(\xi_{sk}, \eta, \tau) = \phi_2(\xi_{sk}, \eta, \tau) \quad 0 \leq \eta \leq \beta \quad \tau > 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial \phi_1(\xi_{sk}, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \gamma \frac{\partial \phi_2(\xi_{sk}, \eta, \tau)}{\partial \xi} \quad 0 \leq \eta \leq \beta \quad \tau > 0 \quad (18)$$

Hyder らはこの基礎方程式を Laplace-Fourier 変換を用いて解いている。この技法は、井戸問題では Hantush (例えば、1964) が不完全貫入井戸による揚水試験法の理論解の誘導で用いており、この問題を取り扱う際に合わせて議論することとする。ここでは、単孔式透水試験法において、Hvorslev 型の不完全貫入井で Cooper 型の地盤貯留を考慮できる方法が Hyder らによって既に開発されていることを紹介するのみとする。

【参考文献】

- 1) Hyder, Z., Butler, J.J., Jr., McElwee, C.D., and L. Wenzhi: Slug test in partially penetrating wells, Water Resources Research, Vol.30, No.11, pp.2945-2-57, 1994.
- 2) 例えば、Hantush, M.S.: Hydraulics of wells, Advances in Hydrosience, Vol.1, pp.281-442, 1964.