

浸透の支配方程式

他の資料 (資料 1-01) では、微小立方媒体における流体の質量保存側から、浸透の支配方程式を誘導しているが、ここでは同じ手順で、中空円筒および球体殻を考え支配方程式を誘導する。

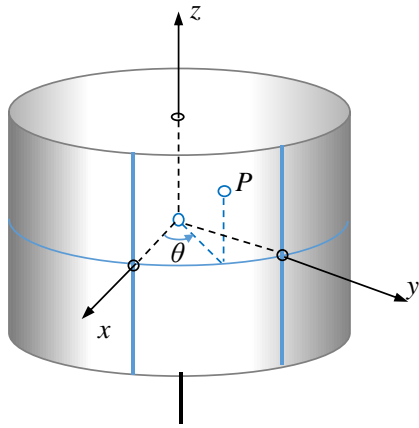


図-1 円筒座標系

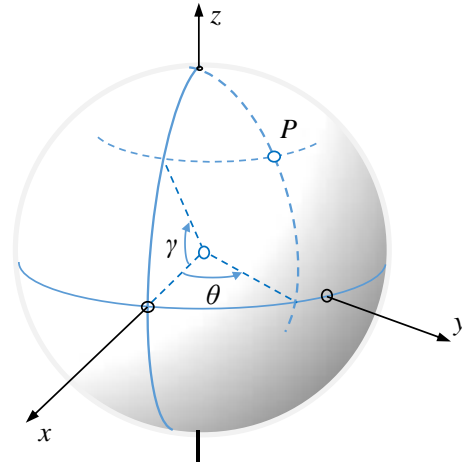


図-2 極座標系

半径 r 、円筒厚さ dr の周面 ($2\pi r$, 筒高 1 単位) を通過する流体の質量保存則を考える。但し、流体密度 ρ は一定とする。

$$-\frac{\partial}{\partial r} [2\pi r \rho u] + 2\pi r \rho q = 2\pi r \rho S s \frac{\partial h}{\partial t} \tag{1}$$

$$u = -K \frac{dh}{dr} \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[2\pi r \rho K \frac{\partial h}{\partial r} \right] + 2\pi r \rho q = 2\pi r \rho S s \frac{\partial h}{\partial t} \tag{3}$$

両辺 $2\pi\rho$ で除す

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[rK \frac{\partial h}{\partial r} \right] + rq = rSs \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$rK \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + K \frac{\partial h}{\partial r} + rq = rSs \frac{\partial h}{\partial t}$$

両辺を r で除す

$$K \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + K \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + q = Ss \frac{\partial h}{\partial t} \tag{4}$$

半径 r 、球面殻厚さ dr の周面積 ($4\pi r^2$) を通過する流体の質量保存則を考える。但し、流体密度 ρ は一定とする。

$$-\frac{\partial}{\partial r} [4\pi r^2 \rho u] + 4\pi r^2 \rho q = 4\pi r^2 \rho S s \frac{\partial h}{\partial t} \tag{5}$$

$$u = -K \frac{dh}{dr} \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[4\pi r^2 \rho K \frac{\partial h}{\partial r} \right] + 4\pi r^2 \rho q = 4\pi r^2 \rho S s \frac{\partial h}{\partial t} \tag{7}$$

両辺 $4\pi\rho$ で除す

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \rho K \frac{\partial h}{\partial r} \right] + r^2 \rho q = r^2 \rho Ss \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$r^2 K \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + 2rK \frac{\partial h}{\partial r} + r^2 q = r^2 Ss \frac{\partial h}{\partial t}$$

両辺を r^2 で除す

$$K \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + K \frac{2}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + q = Ss \frac{\partial h}{\partial t} \tag{8}$$